

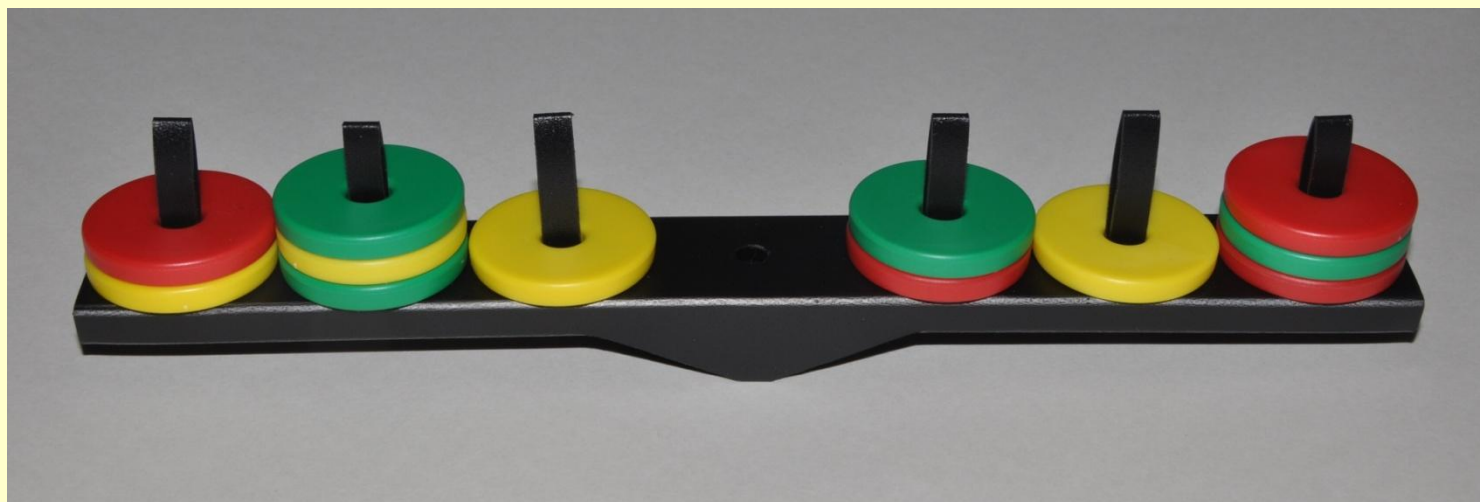
**EDU**TRONIKA



ZABAWA  
EDUKACJA  
INSPIRACJA

## EDUWAŻKA -

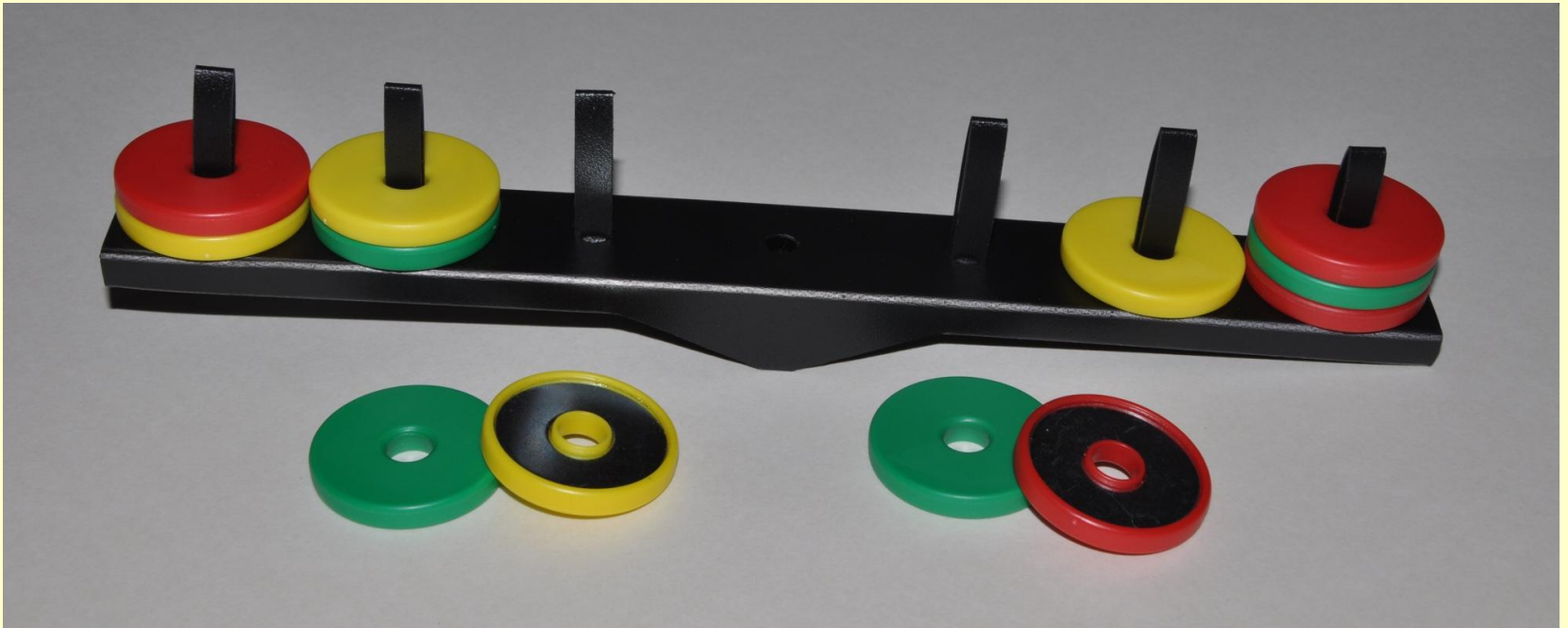
sposób na pokazanie dzieciom jak matematyka  
opisuje zjawiska i prawa przyrody.



**Edutronika Sp. z o.o.**

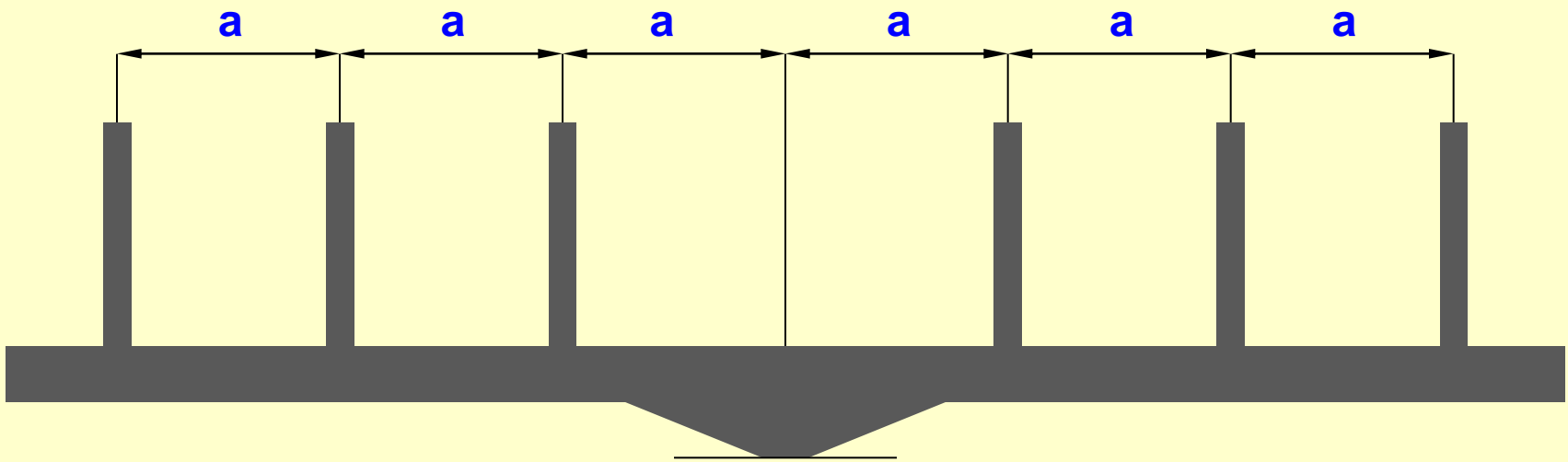
## EDUWAŻKA – wskazówki edukacyjne

**EDUWAŻKA** to plastikowa waga w postaci symetrycznej listwy o długości 24 cm, wraz z zestawem Edukrążków o jednakowej masie z wklejonymi metalowymi wkładkami, które można nakładać na kołki wagi. Kolory krążków nie mają znaczenia dla działania Eduważki.

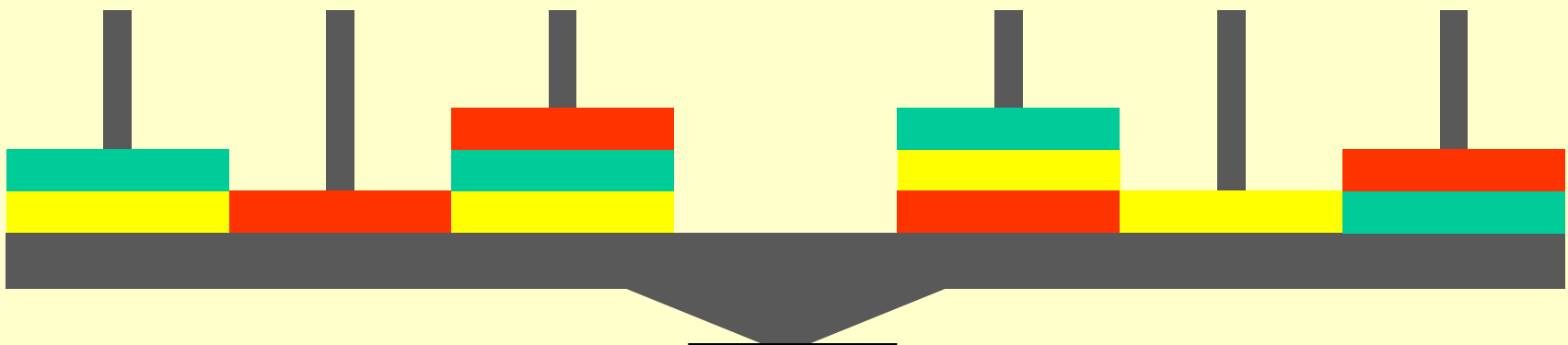


**EDUWAŻKA** pozwala na sprawdzanie poprawności wykonanych obliczeń arytmetycznych w przemawiający do wyobraźni sposób, czyli poprzez obserwację wyniku przeprowadzonego doświadczenia.

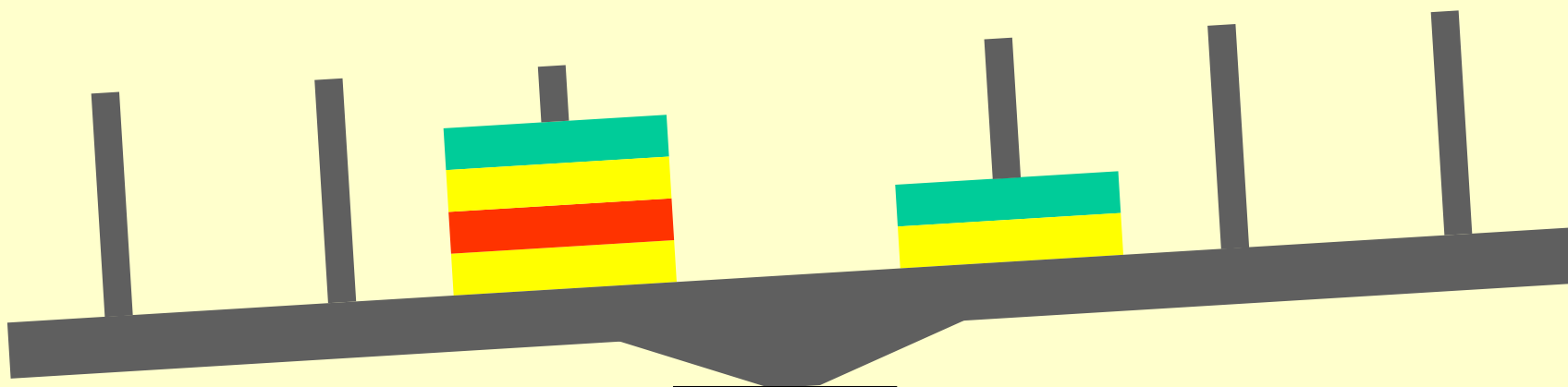
Kołki wagi są rozmieszczone symetrycznie, tak że wszystkie odległości oznaczone na rysunku literą „a” są równe.



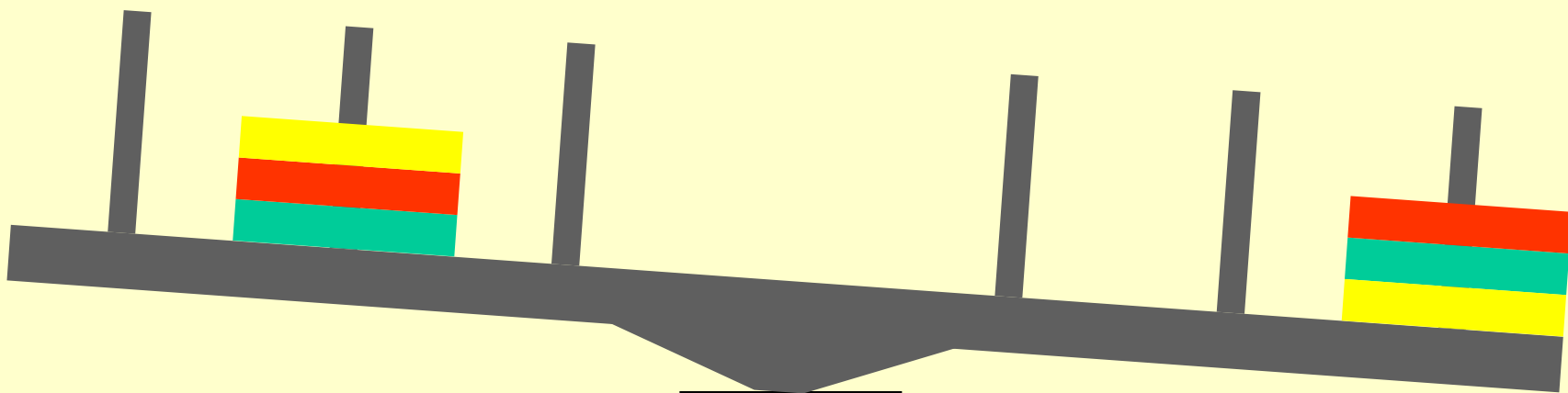
Dla większości ludzi jest chyba oczywiste, że waga będzie pozostawać w równowadze, czyli nie przechyli się na żadną stronę, jeśli układ krążków po obydwu stronach środka wagi będzie symetryczny, jak w przykładzie poniżej.



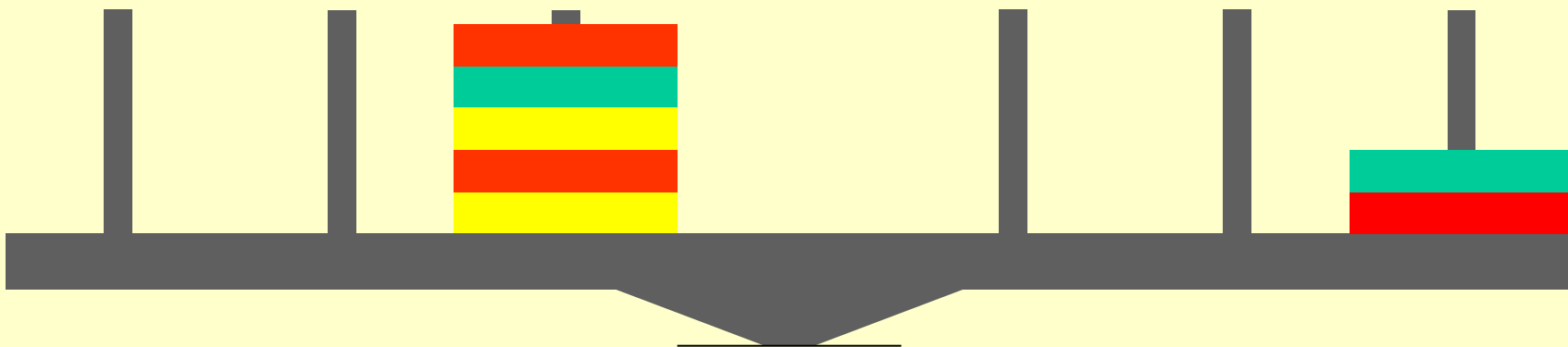
Oczywiste będzie również, że pokazana na poniższym rysunku waga przechyli się na lewo. Krążki po obu stronach wagi są w równej odległości od środka, ale po lewej jest ich więcej.



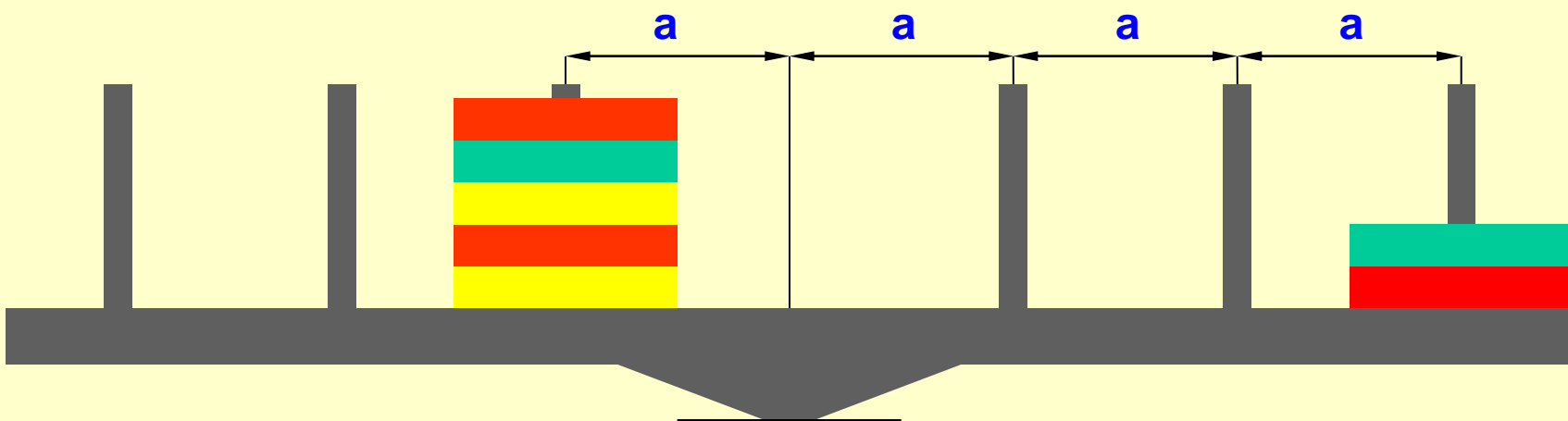
Nikt też nie będzie miał raczej wątpliwości, że waga pokazana na kolejnym rysunku przechyli się na prawo. Liczby krążków po obu stronach są jednakowe, ale te z prawej są dalej od środka.



Trudność może pojawić się, gdy zarówno liczby krążków po obydwu stronach, jak i ich odległości od środka będą różne. Na którą stronę przechyli się waga na poniższym rysunku?  
Co podpowiada intuicja? Jak będzie w rzeczywistości?



Czy zadanie będzie łatwiejsze gdy przypomnimy sobie, że wszystkie odcinki oznaczone jako „ $a$ ” są równe, a wszystkie krążki mają taką samą masę?



Po lewej stronie mamy pięć krążków w odległości „a” od środka wagi.

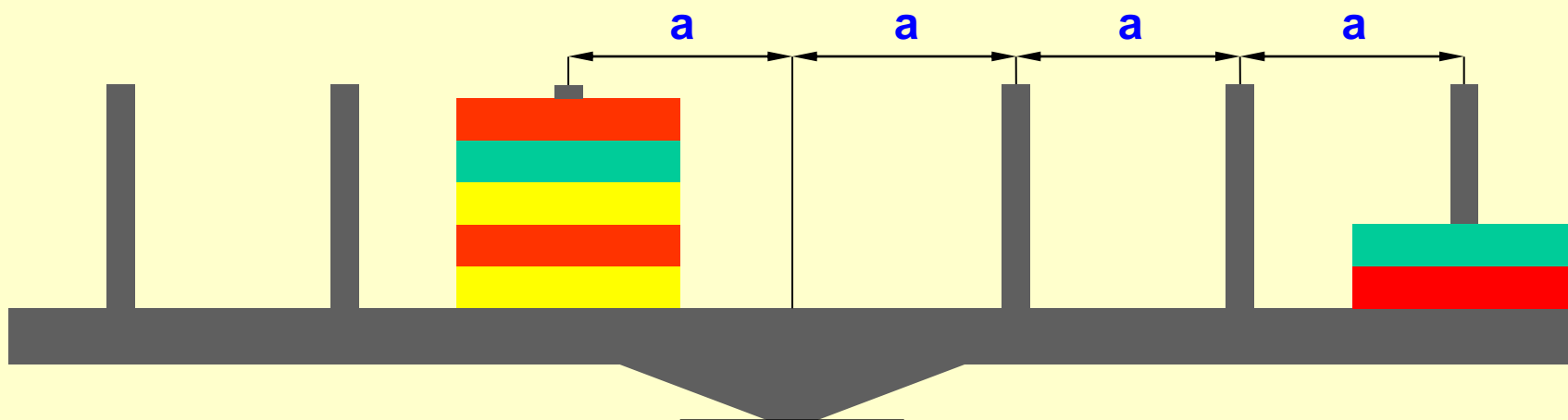
Możemy to zapisać jako:

$$5 \times a = 5a$$

Po prawej stronie mamy dwa krążki w odległości 3a od środka wagi.

Możemy to zapisać jako:

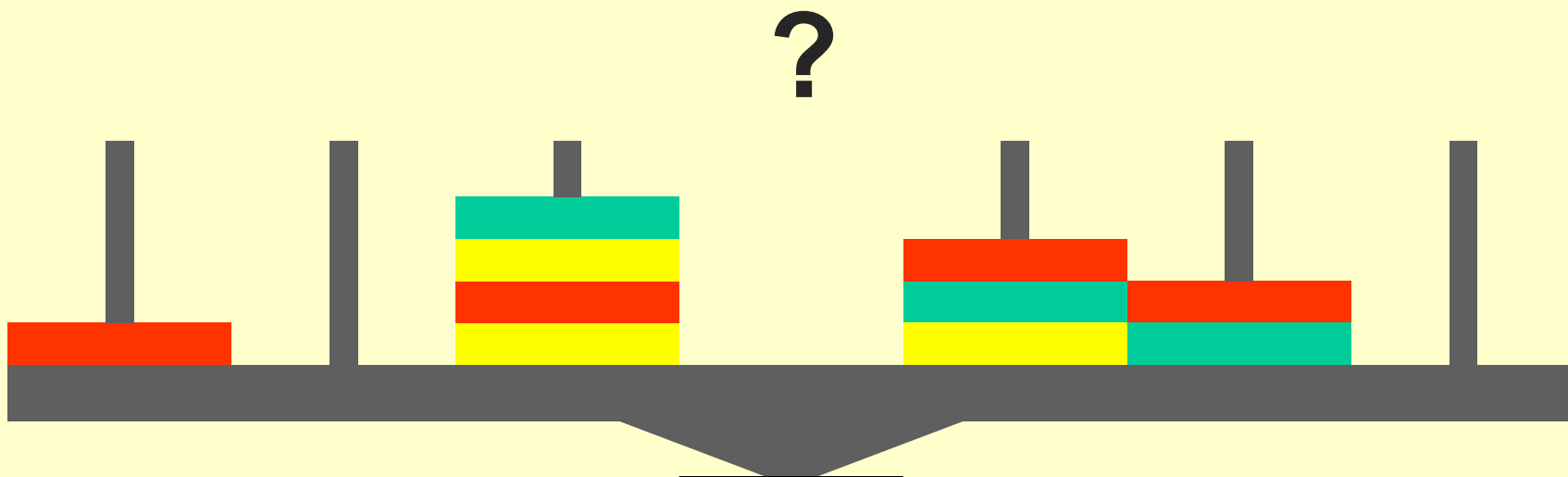
$$2 \times 3a = 6a$$



**5a to mniej niż 6a**

wnioskujemy więc, że waga przechyli się na prawą stronę  
**ponieważ obciążenie po tej stronie jest większe.**

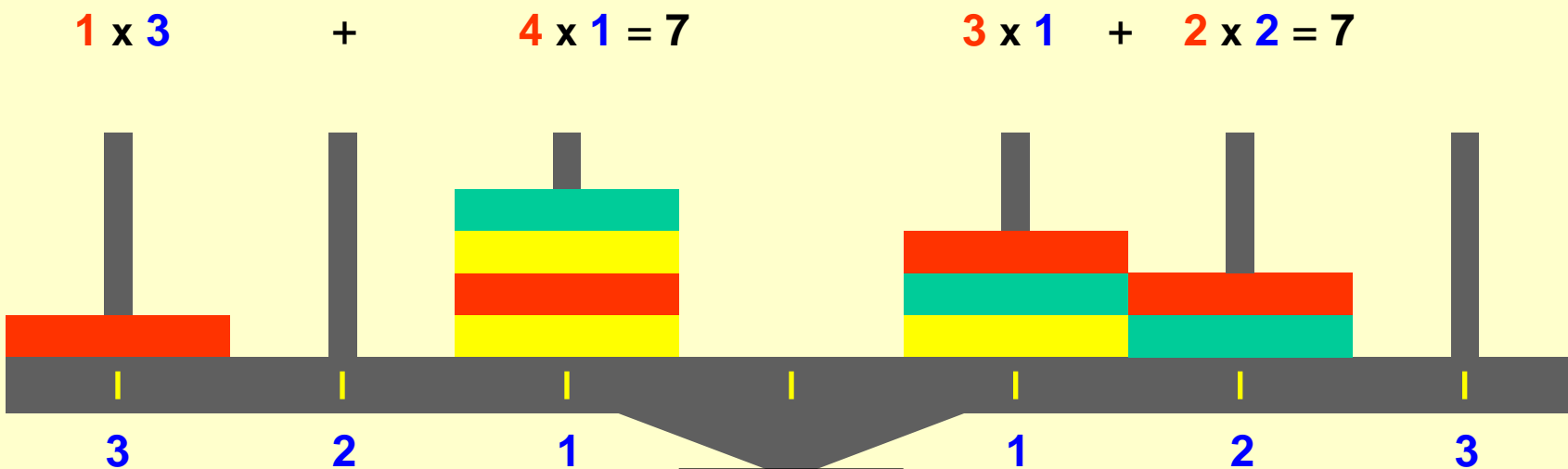
Jak jednak poradzić sobie z określeniem jak zachowa się waga, gdy układ krążków jest bardziej skomplikowany i do tego niesymetryczny? Czy waga może wtedy być w równowadze? Czy w takim przypadku można przewidzieć, w którą stronę przechyli się waga?



Przedstawienie tego typu praktycznego zagadnienia, to doskonała okazja do zachęcenia dziecka, aby eksperymentując na prostych przykładach samodzielnie poszukiwało wyjaśnienia, dlaczego waga pozostaje w równowadze lub się przechyla. Dziecko ma tu szansę postawić własną hipotezę, potwierdzić lub odrzucić ją poprzez łatwe do wykonania doświadczenie i spróbować sformułować uogólnienie.

Żeby przewidzieć jak zachowa się Eduważka, należy najpierw pomnożyć liczbę krążków na każdym kołku przez odległość tego kołka od środka wagi. Odległość pomiędzy środkiem wagi a najbliższym mu kołkiem przyjmujemy jako 1, czyli jako jednostkę długości. Następnie należy dodać uzyskane w ten sposób iloczyny dla każdej strony wagi. Jeśli sumy tak obliczonych iloczynów dla obu stron wagi będą jednakowe, Eduważka będzie w równowadze. Jeśli sumy będą różne, waga przechyli się na tę stronę, po której suma jest większa.

W naszym przykładzie układ krążków na wadze można więc przedstawić jako dwa działania arytmetyczne. **Czerwone liczby** oznaczają liczby krążków na każdym kołku Eduważki. **Niebieskie liczby** oznaczają odległość środków kołków od środka wagi.

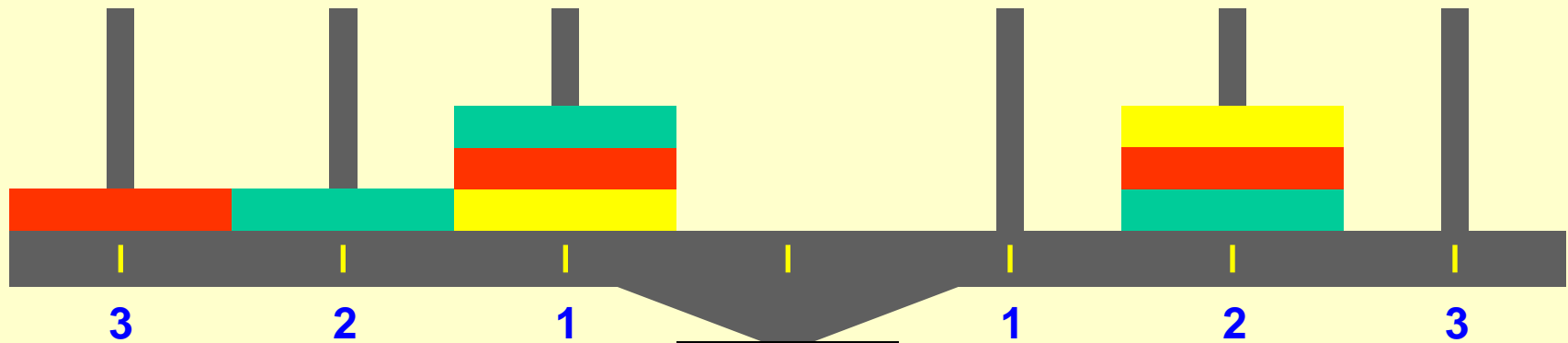


Widzimy, że suma iloczynów po stronie prawej i po lewej wynosi **7**, czyli że układ krążków w tym przykładzie zapewnia równowagę **ponieważ mimo braku symetrii obciążenie po obu stronach jest jednakowe.**



**EDUWAŻKA** pozwala tworzyć praktyczne zadania arytmetyczne, np.:

Jak zrównoważyć pokazaną na rysunku Eduważkę dokładając krążki po prawej stronie?



Suma iloczynów po lewej stronie wynosi 8

$$1 \times 3 + 1 \times 2 + 3 \times 1 = 8$$

Po prawej mamy jeden iloczyn, który wynosi 6

$$3 \times 2 = 6$$

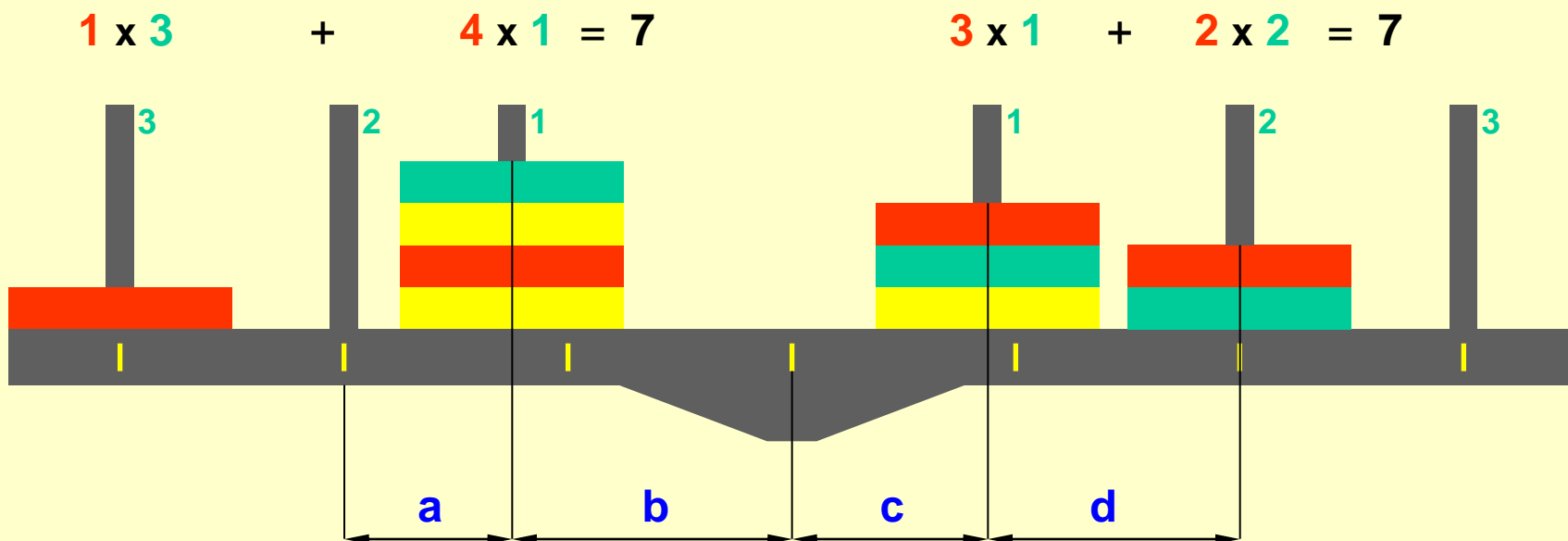
Żeby iloczyny po obu stronach były równe, należy iloczyn po prawej zwiększyć o dwa. Można to zrobić wkładając dwa krążki na pierwszy kołek lub jeden krążek na drugi kołek. W tym przypadku są dwa rozwiązania, ponieważ nie szukaliśmy ani liczby krążków, które trzeba włożyć na dany kołek, ani kołka, na który trzeba włożyć określoną liczbę krążków (choć takie zadania też są możliwe), tylko iloczynu liczby krążków i ich odległości od środka wagi.

Jest to sposób na naturalne wprowadzanie do zrozumienia pojęć złożonych i pozwala praktycznie sprawdzić poprawność wykonanych obliczeń.

## Dodatkowe uwagi metodyczne

Zabawa z **EDUWAŻKĄ** to doskonała okazja przybliżenia różnych możliwych interpretacji liczby i jej znaczeń. Jedną z używanych w obliczeniach liczb mówi nam **ile** sztuk krążków jest na każdym kołku – ten aspekt liczby nazywa się kardynalnym lub mnogościowym. Inne znaczenie ma liczba określająca **odległość** kołka od środka wagi, wyrażona w przyjętych jednostkach – ten aspekt liczby nazywa się miarowym.

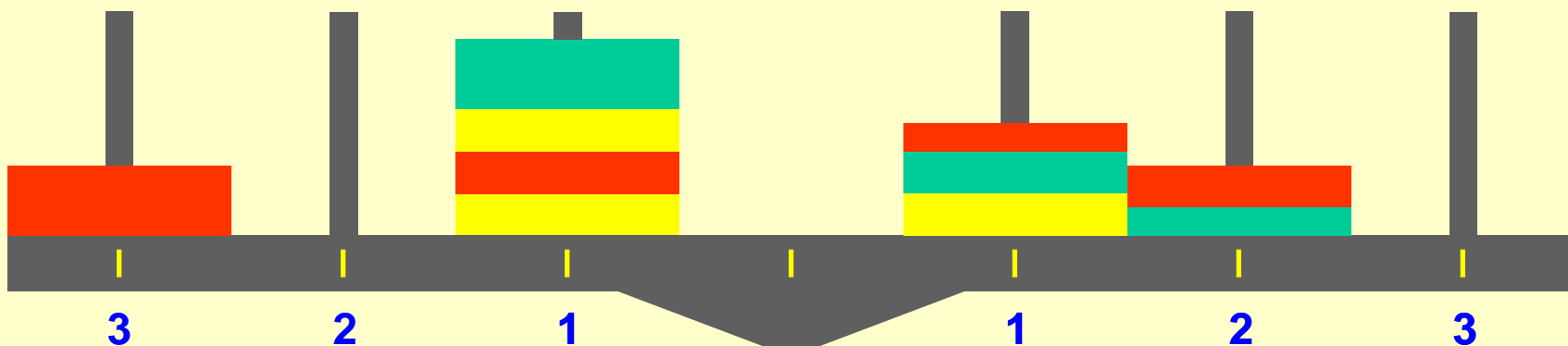
W przypadku Eduważki można też mówić o pierwszym kołku od środka, drugim i trzecim – ten aspekt liczby nazywa się porządkowym, ale nie ma on dla równowagi znaczenia. Nie numer kołka (zaznaczony poniżej zieloną cyfrą) jest tu bowiem istotny, ale jego odległość od środka. Gdyby odległość pomiędzy pierwszym kołkiem i środkiem nie była równa odległości pomiędzy kolejnymi kołkami (jak na rysunku poniżej), równość uwzględniająca numery kołków byłaby arytmetycznie prawidłowa, ale Eduważka nie byłaby w równowadze. W którą stronę by się przechyliła?



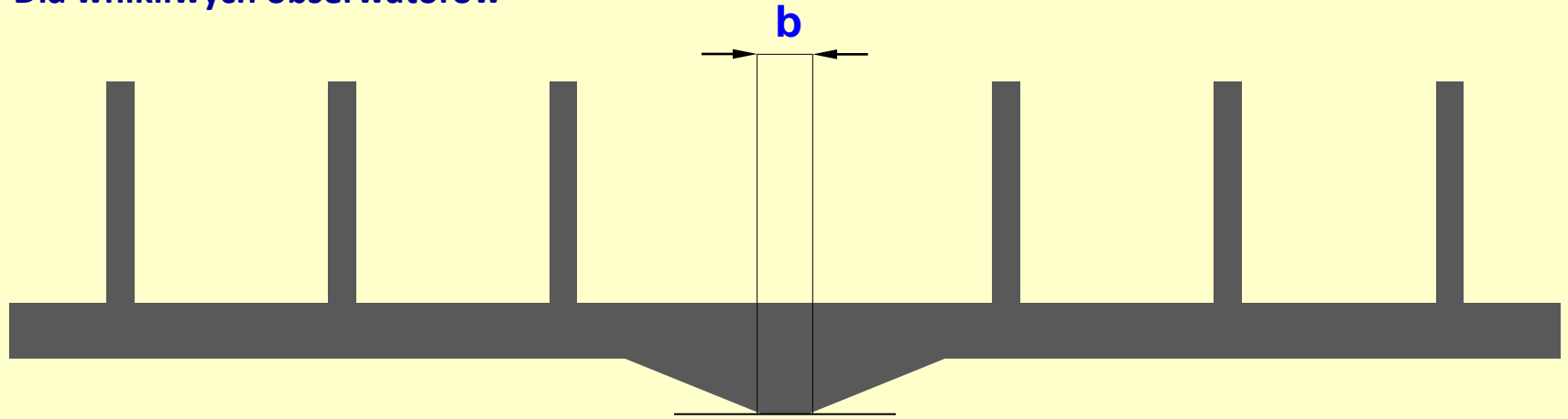
**EDUWAŻKA** pozwala na samodzielne „odkrycie” arytmetycznego warunku równowagi, w zapisie którego występują liczby krążków na kołkach i ich odległości od środka wagi. Należy jednak pamiętać, że warunek równowagi jest prawem fizyki. Możemy posługiwać się liczbą krążków tylko dlatego, że wszystkie mają w przybliżeniu równą masę, więc ich liczba reprezentuje siłę, która działa pionowo w dół, wzdłuż osi kołka, na którym krążki są umieszczone.

Jeśli wartość tej siły pomnożymy przez odległość osi kołka od środka wagi, wyrażoną w przyjętych lub w innych jednostkach, np. w centymetrach, to otrzymamy wartość tzw. momentu siły. To równowaga momentów sił po obu stronach wagi decyduje o jej równowadze. Gdyby krążki miały różne masy (na rysunku zaznaczone różnymi ich grubościami), to równość arytmetyczna uwzględniająca liczby krążków na każdym kołku byłaby prawidłowa, ale waga nie byłaby w równowadze. W którą stronę by się przechyliła?

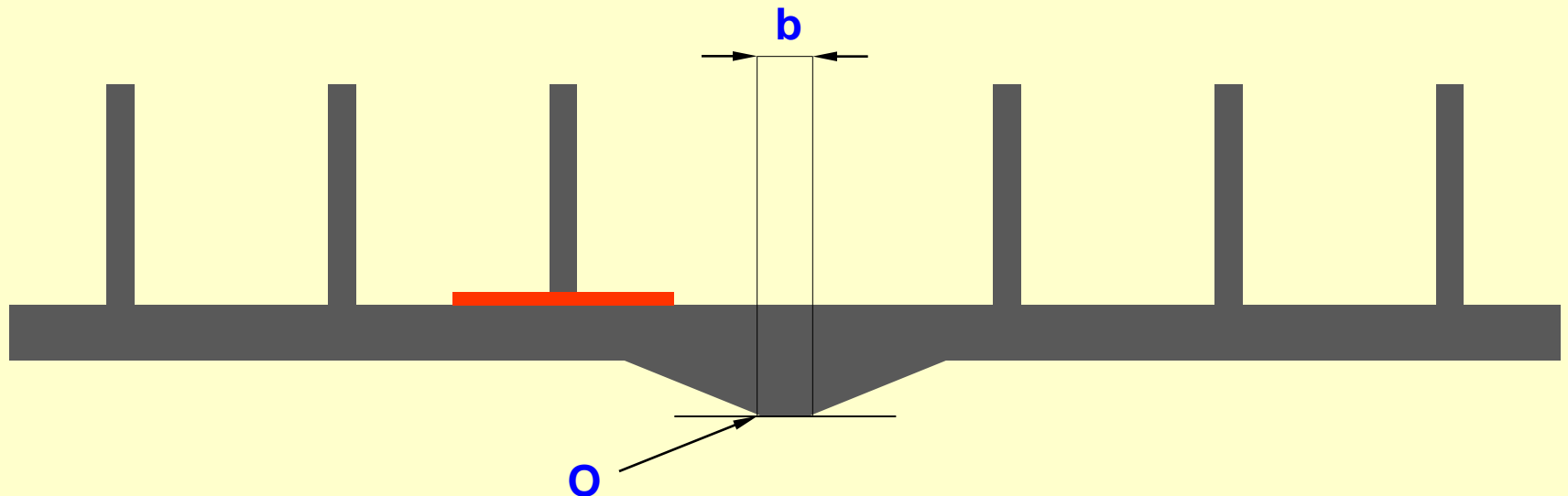
$$1 \times 3 + 4 \times 1 = 3 \times 1 + 2 \times 2$$



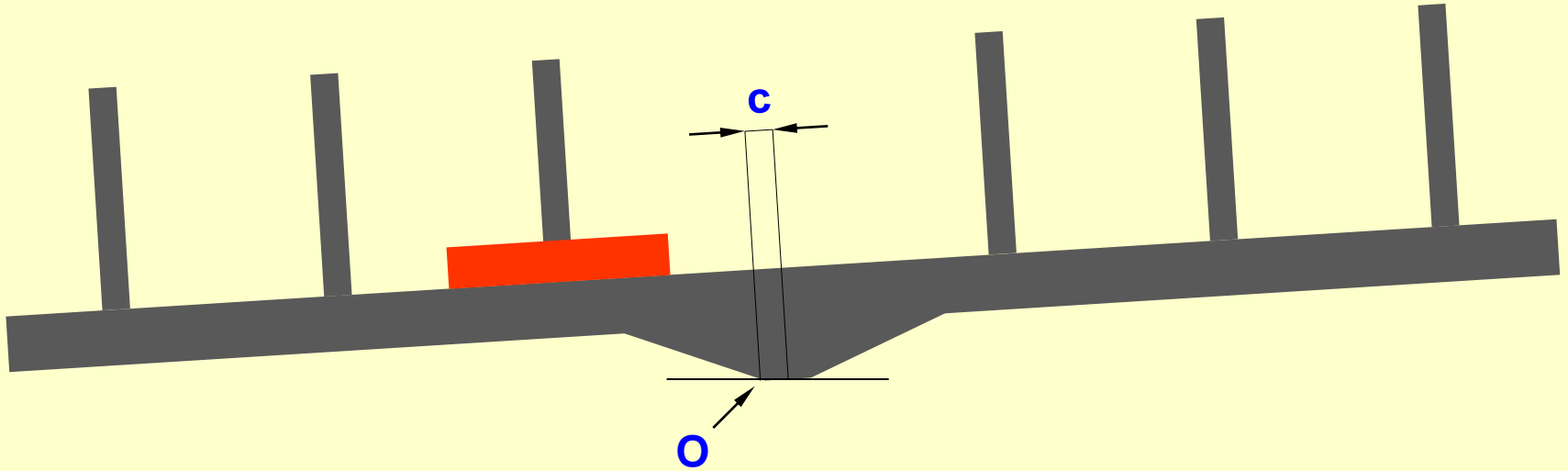
## Dla wnikliwych obserwatorów



**EDUWAŻKA** nie styka się z podłożem w jednym punkcie, lecz na pewnym odcinku o długości „ $b$ ”. Nie każde niesymetryczne obciążenie spowoduje więc przechylenie wagi. Gdybyśmy na kołku wagi umieścili jakiś bardzo lekki krążek, waga mogłaby się nie przechylić, ponieważ obciążenie mogłoby nie wystarczyć, by obrócić ją względem punktu „ $O$ ”.



Długość odcinka „**b**” została jednak tak dobrana, żeby waga przechylała się już pod działaniem jednego Edukrążka z zestawu, umieszczonego na pierwszym kołku. Eduważka zareaguje więc przechyleniem na każdy brak równowagi układu krążków. Zauważmy jednak, że przechylona waga styka się z podłożem tylko w punkcie „**O**”, odległym od środka o długość odcinka „**c**”.



Gdy wagę zrównoważymy, krążek po prawej stronie będzie dalej od punktu podparcia niż krążek po lewej, gdyż odcinek „**d**” jest krótszy niż „**e**”. Z tego powodu waga samoczynnie przyjmie pozycję poziomą.

